

Basisinformationstechnologie I

Wintersemester 2020/21

23. November 2020 – Grundlagen IV: Zweierkomplementdarstellung, Subtraktion von Binärzahlen

Universität zu Köln. **Historisch-Kulturwissenschaftliche Informationsverarbeitung**

Dr. Jan G. Wieners // jan.wieners@uni-koeln.de

...previously...

Rechnen im Binärsystem

- Addition von Binärzahlen
- Multiplikation von Binärzahlen
- (Subtraktion von Binärzahlen)

Vorzeichenbehaftete Zahlen

- Zweierkomplementdarstellung

10010100



10010100



MSB
(most significant bit)

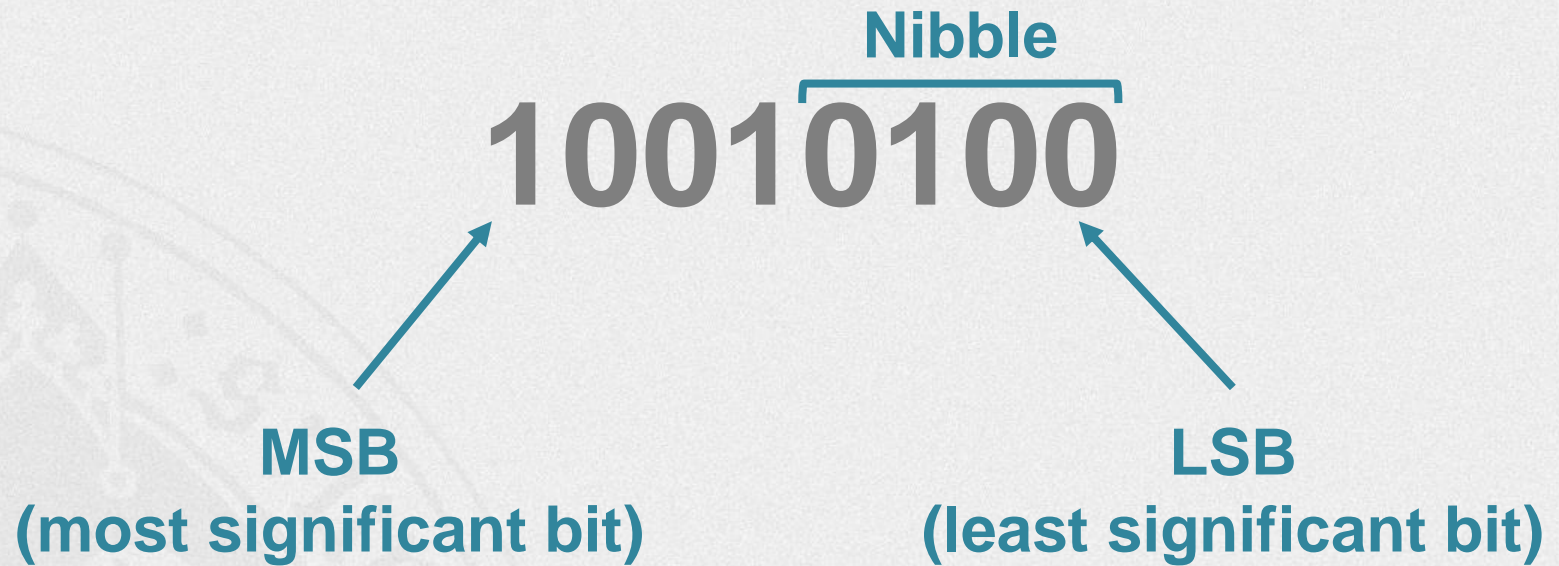
10010100

MSB

(most significant bit)

LSB

(least significant bit)



Byte

Nibble

10010100

MSB

(most significant bit)

LSB

(least significant bit)

A large, bold, black stylized letter 'Z' with a white diagonal stripe running from the top-left to the bottom-right.

-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Darstellung als Vorzeichen und Betrag

Verwendung des MSB als Kennzeichnung negativer Zahlen

Positive Zahl: Vorzeichenbit / MSB = 0

Negative Zahl: MSB = 1

Beispiel: 4 Bit große Darstellung von ± 6

$$+6 = ?$$

$$-6 = ?$$

Darstellung als Vorzeichen und Betrag

Verwendung des MSB als Kennzeichnung negativer Zahlen

Positive Zahl: Vorzeichenbit / MSB = 0

Negative Zahl: MSB = 1

Beispiel: 4 Bit große Darstellung von ± 6

$$+6 = 0110$$

$$-6 = 1110$$

Darstellung als Vorzeichen und Betrag

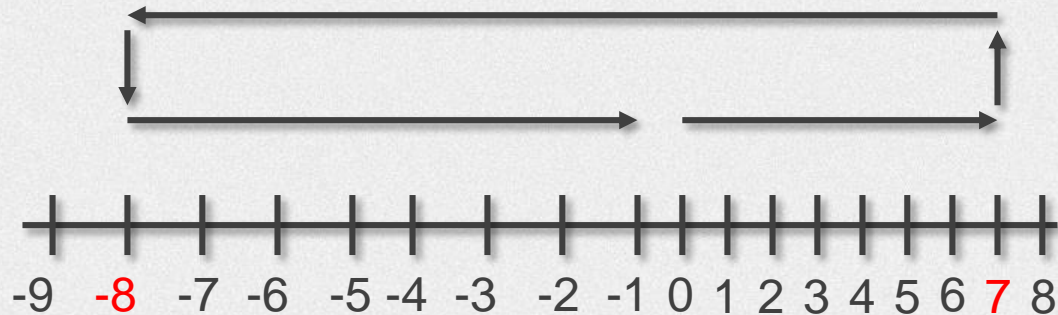
Probleme:

1) Addition funktioniert nicht:

$$\begin{array}{r} 0110 \\ +1110 \\ \hline 10100 = -4 \end{array}$$

2) Null zweimal Codiert: 1000 vs. 0000

Zweierkomplementdarstellung



1000 = -8	1100 = -4	0000 = 0	0100 = 4
1001 = -7	1101 = -3	0001 = 1	0101 = 5
1010 = -6	1110 = -2	0010 = 2	0110 = 6
1011 = -5	1111 = -1	0011 = 3	0111 = 7

Darstellbarer Zahlenbereich: -2^{n-1} bis $2^{n-1}-1$

Zweierkomplement: Umrechnung

Umwandlung 6 in -6:

- Schritt 0: Binärdarstellung bilden: 0110
- Schritt I: Einerkomplement bilden, d.h. Negation aller Bits
0110 → 1001
- Schritt II: Addition von 1
1001 + 0001 = 1010

1010 ist die Entsprechung der Dezimalzahl -6 im Binärsystem (unter Verwendung der Zweierkomplementdarstellung)

Übungsaufgaben

Bestimmen Sie das Zweierkomplement von $7_{10} = 0111_2$



Übungsaufgaben

Bestimmen Sie das Zweierkomplement von $7_{10} = 0111_2$

Schritt 1: Einerkomplement bilden $\rightarrow 1000$

Schritt 2: Zweierkomplement (1 addieren) $\rightarrow 1001$

Übungsaufgaben

Bestimmen Sie das Zweierkomplement von $8_{10} = 1000_2$



Übungsaufgaben

Bestimmen Sie das Zweierkomplement von $8_{10} = 1000_2$

MSB == 1: Sollte im Zweierkomplement folglich eine negative Zahl darstellen.

Erweiterung des Wertebereiches um ein Nibble:

0000 1000 \rightarrow MSB == 0, also positive Zahl

Übungsaufgaben

0000 1000 \rightarrow MSB == 0, also positive Zahl

Schritt 1: Einerkomplement bilden \rightarrow 1111 0111

Schritt 2: Zweierkomplement bilden

$$\begin{array}{r} 1111\ 0111 \\ + 0000\ 0001 \\ \hline 11111000 \end{array}$$

Übungsaufgaben Zweierkomplement

Regel I: Mit festem Wertebereich arbeiten (4 Bit, 8 Bit, etc.).

Regel II: Wenn MSB == 1: Auffüllen mit 0 auf nächst größeres Nibble (wg. Wertebereich).

- Welche Binärzahl (Stichw. Zweierkomplement) entspricht der Dezimalzahl -15?
- Welche Binärzahl entspricht der Dezimalzahl -45?
- Welche Binärzahl entspricht der Dezimalzahl -17?

Übungsaufgaben Zweierkomplement

$$15 = 1111$$

Weil MSB == 1: Wertebereich erweitern

$$\rightarrow 0000\ 1111$$

Einerkomplement bilden:

$$1111\ 0000$$

Zweierkomplement bilden:

$$1111\ 0001 = -15$$

Übungsaufgaben Zweierkomplement

Testen, ob's funktioniert hat:

$$1111\ 0001 = -?$$

Einerkomplement bilden: 0000 1110

Zweierkomplement: 0000 1111

$$0000\ 1111 = 15$$

Übungsaufgaben Zweierkomplement

- Welche Binärzahl (Stichw. Zweierkomplement) entspricht der Dezimalzahl -15?
- Welche Binärzahl entspricht der Dezimalzahl -45?
- Welche Binärzahl entspricht der Dezimalzahl -17?

Übungsaufgaben Zweierkomplement

$$45 = 0010\ 1101$$

- Einerkomplement bilden:
1101 0010

- Zweierkomplement bilden, d.h. 1 addieren:

$$\begin{array}{r} 1101\ 0010 \\ + \quad \quad 1 \\ \hline 1101\ 0011 \end{array}$$

$$\rightarrow -45 = 1101\ 0011$$

Übungsaufgaben Zweierkomplement

$$17 = 1\ 0001$$

- Auf 1 Byte auffüllen:
 $1\ 0001 = 0001\ 0001$

- Einerkomplement bilden:
 $1110\ 1110$

- Zweierkomplement bilden, d.h. 1 addieren:

$$\begin{array}{r} 1110\ 1110 \\ + \quad \quad 1 \\ \hline 1110\ 1111 \end{array}$$

$$\rightarrow -17 = 1110\ 1111$$

Subtraktion im Binärsystem



Subtraktion: Addition von Zweierkomplementzahlen

Subtraktion = Addition der zu subtrahierenden Zahl:

$$5 - 7 = 5 + (-7)$$

Im Binärsystem:

$$\begin{array}{r} 0101 \rightarrow 5 \\ + 1001 \rightarrow \text{Zweierkomplementdarst. von } 7 \\ \hline \end{array}$$

1110 \rightarrow Führendes Bit == 1: Negative Zahl

Da negative Zahl: Wieder umwandeln, um Betrag zu bestimmen:

Einerkomplement von 1110 = 0001

Zweierkomplement von 1110 = 0010 = (-)2

Übungsaufgaben

Berechnen Sie im Binärsystem unter Verwendung des Zweierkomplements:

- $13-5$
- $-7+11$
- $12-11$
- $3-12$
- $127-50$

Übungsaufgaben

Berechnen Sie:

▪ 13-5

13/2=6, Rest 1

6/2 =3, Rest 0

3/2 =1, Rest 1

1/2 =0, Rest 1

5/2=2, Rest 1

2/2=1, Rest 0

1/2=0, Rest 1

13 = 0000 **1101**

5 = 101 = 0000 **0101**

Einerkomplement: 1111 1010

Zweierkomplement: 1111 **1011**

0000 1101

+1111 1011

~~40000 1000~~ Zahl ist positiv (MSB==0) → Die führende 1, die aus der Addition ad infinitum resultiert, überschreitet den Wertebereich und wird gestrichen

13-5 = 1000 (binär) = 8

Übungsaufgaben

Berechnen Sie im Binärsystem unter Verwendung des Zweierkomplements:

- $13-5$
- $-7+11$
- $12-11$
- $3-12$
- $127-50$

Übungsaufgaben

Berechnen Sie:

- $-7+11$
- $=11+(-7)$

$11/2=5, \text{ Rest } 1$	$7/2=3, \text{ Rest } 1$
$5/2 =2, \text{ Rest } 1$	$3/2=1, \text{ Rest } 1$
$2/2 =1, \text{ Rest } 0$	$1/2=0, \text{ Rest } 1$
$1/2 =0, \text{ Rest } 1$	

$$11=0000 \mathbf{1011}$$

$$7=111=0000 \mathbf{0111}$$

Einerkomplement: 1111 1000

Zweierkomplement: 1111 **1001**

$$\begin{array}{r} 0000 \ 1011 \\ +1111 \ 1001 \\ \hline \end{array}$$

$$40000 \ 0100$$

0100 \rightarrow Zahl ist positiv (MSB==0),
also Ergebnis = 0100 = 4

Übungsaufgaben

Berechnen Sie:

- 12-11
12/2=6, Rest 0
6/2 =3, Rest 0
3/2 =1, Rest 1
1/2 =0, Rest 1

12=**1100**

11=0000 1011

Einerkomplement: 1111 0100

Zweierkomplement: **1111 0101**

0000 1100

+1111 0101

40000 0001

→ Zahl ist positiv (MSB==0),

also Ergebnis = 0001 = 1

Übungsaufgaben

Berechnen Sie:

- $3-12$
- $=3+(-12)$

$$3/2=1, \text{ Rest } 1$$

$$1/2 = 0, \text{ Rest } 1$$

$$12/2=6, \text{ Rest } 0$$

$$6/2=3, \text{ Rest } 0$$

$$3/2=1, \text{ Rest } 1$$

$$1/2=0, \text{ Rest } 1$$

$$3=0011$$

$$12=0000\ 1100$$

$$\text{Einerkomplement: } 1111\ 00\ 11$$

$$\text{Zweierkomplement: } \mathbf{1111\ 0100}$$

$$\begin{array}{r} 0000\ 0011 \\ +1111\ 0100 \\ \hline \end{array}$$

$$1111\ 0111$$

$$\text{Einerkomplement: } 0000\ 1000; \text{ Zweierkomplement: } 1001$$

$$3-12=1001=-9$$

Übungsaufgaben

Berechnen Sie:

- $127-50$
- $=127+(-50)$

$127=0111\ 1111$

$50=0011\ 0010$

Einerkomplement: $1100\ 1101$

Zweierkomplement: **$1100\ 1110$**

```
  0111 1111
+1100 1110
-----
```

$10100\ 1101$

→ Übertrags-Eins geht über Wertebereich hinaus;

→ Zahl ist positiv (MSB==0),

also Ergebnis = $0100\ 1101 = 77$



/

Roadmap

Block I: Grundlagen I - Grundlagen IV

- Informatik, Information und Daten, Zahlendarstellungen, Informationsdarstellung, Umwandlung / Rechnen im Binärsystem

Block II: Rechnertechnologie

- Von Neumann Architektur, Rechnerkomponenten: Hardware, Boolesche Algebra, (Transistor)Schaltungen, Speicherbausteine

Block III: Betriebssysteme

- Verknüpfung Hard- und Software, Aufgaben von Betriebssystemen, Prozesse, Multitasking, Speicher- und Dateiverwaltung

Block IV: Programmiersprachen

- Arten von Programmiersprachen, VMs, Interpreter, Compiler, Programmentwicklung, UML, Datentypen, Variablen, Kontrollstrukturen, Datenstrukturen (Bäume, Stacks, Queues, Listen), Algorithmen, Komplexität / Laufzeit, Objektorientierung

Block V: Theoretische Informatik

- Grammatiken, Automatentheorie, DEAs, NEAs, Kellerautomat, Turingmaschine, Berechenbarkeit

Roadmap



Block I: Grundlagen I - Grundlagen IV

- Informatik, Information und Daten, Zahlendarstellungen, Inform-Umwandlung / Rechnen im Binärsystem

Block II: Rechnertechnologie

- Von Neumann Architektur, Rechnerkomponenten: Hardware, Boolesche Algebra, (Transistor)Schaltungen, Speicherbausteine

→ 30.11.2020, 07.12.2020, 14.12.2020

Block III: Betriebssysteme

- Verknüpfung Hard- und Software, Aufgaben von Betriebssystemen, Prozesse, Multitasking, Speicher- und Dateiverwaltung

Block IV: Programmiersprachen

- Arten von Programmiersprachen, VMs, Interpreter, Compiler, Programmentwicklung, UML, Datentypen, Variablen, Kontrollstrukturen, Datenstrukturen (Bäume, Stacks, Queues, Listen), Algorithmen, Komplexität / Laufzeit, Objektorientierung

Block V: Theoretische Informatik

- Grammatiken, Automatentheorie, DEAs, NEAs, Kellerautomat, Turingmaschine, Berechenbarkeit



/

Bildnachweis

- <https://giphy.com/gifs/giphyqa-FcT1BFYoHwJxu>

