Universität zu Köln
Historisch-Kulturwissenschaftliche Informationsverarbeitung
Basisinformationstechnologie I
Dr. Jan G. Wieners - jan.wieners@uni-koeln.de

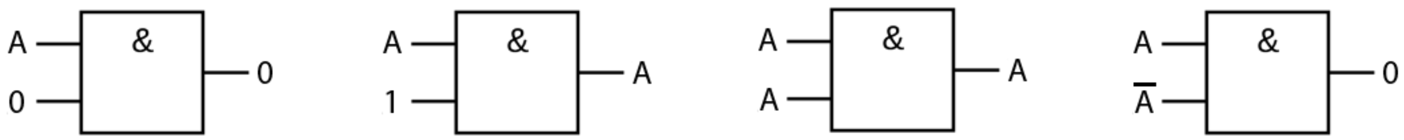
Schaltalgebra: Basics

Postulate (et es wie et es)

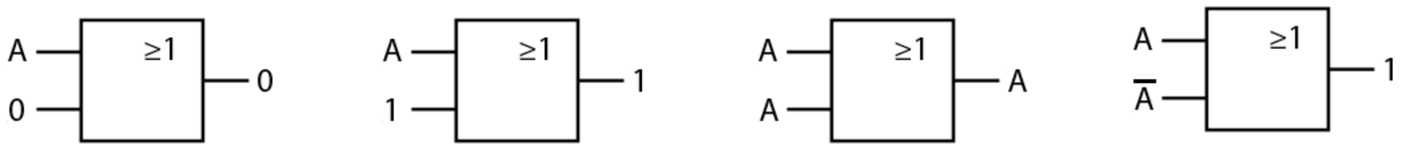
UND	ODER	NICHT
$0 \wedge 0 = 0$ $0 \wedge 1 = 0$ $1 \wedge 0 = 0$ $1 \wedge 1 = 1$	$0 \vee 0 = 0$ $0 \vee 1 = 1$ $1 \vee 0 = 1$ $1 \vee 1 = 1$	$\neg 0 = 1$ $\neg 1 = 0$

Theoreme

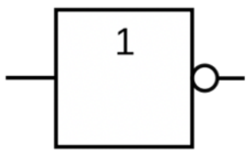
UND



ODER

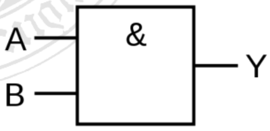


NICHT



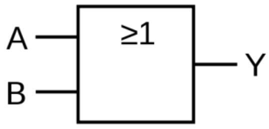
Überblick über ausgewählte Gatter- und Verknüpfungsarten

Konjunktion
(UND-Gatter)
Y = A ⋀ B



A	B	**Y**
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

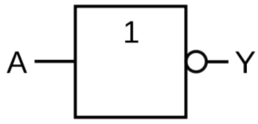
Disjunktion
(ODER-Gatter)
Y = A ⋁ B



A	B	**Y**
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

NICHT

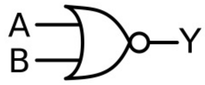
Y = ¬A



A	**Y**
0	
1	

NOR

Symbol nach US ANSI 91-1984



A	B	**Y**
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

1. Zum gemütlichen Start: Bestimmen Sie bitte die vollständigen Wahrheitstabellen für die folgenden beiden Funktionsgleichungen:
   - Y = (A ⋁ B) → (B ⋀ A)
   - Y = (A ⋁ B) ⋀ (A ⋀ C) ⋀ B

Kommutativgesetz

Bei UND und ODER lassen sich Variablen beliebig vertauschen, das Ergebnis bleibt dasselbe::

UND → X = A ⋀ B ⋀ C = C ⋀ A ⋀ B = B ⋀ C ⋀ A

ODER → X = A ⋁ B ⋁ C = C ⋁ A ⋁ B = B ⋁ C ⋁ A

Assoziativgesetz

Die Reihenfolge der Zuordnung der Variablen bei der UND- und ODER-Verknüpfung ist beliebig und hat keinen Einfluss auf das Ergebnis:

Z = A ⋀ (B ⋀ C) = (A ⋀ B) ⋀ C

Z = A ⋁ (B ⋁ C) = (A ⋁ B) ⋁ C

Bindungsregel

Eine UND-Verknüpfung bindet stets stärker als eine ODER-Verknüpfung.

Distributivgesetz

Konjunktives Distributivgesetz: Z = A ⋀ (B ⋁ C) = (A ⋀ B) ⋁ (A ⋀ C)

Disjunktives Distributivgesetz: Z = A ⋁ (B ⋀ C) = (A ⋁ B) ⋀ (A ⋁ C)

De Morgansche Gesetze:

Erstes Gesetz: Z = ¬(A ⋀ B) = ¬A ⋁ ¬B

Nachweis:

A	B	A ⋀ B	¬(A ⋀ B)	¬A	¬B	¬A ⋁ ¬B

Zweites Gesetz: Z = ¬(A ⋁ B) = ¬A ⋀ ¬B

Nachweis:

A	B	A ⋁ B	¬(A ⋁ B)	¬A	¬B	¬A ⋀ ¬B

Übungsaufgaben

2. Vereinfachen Sie die beiden Gleichungen unter Berücksichtigung der Gesetze De Morgans:

   a. ¬(¬A ⋁ B) =

      Beweisen Sie die Gültigkeit der Umformung, indem Sie die entsprechende Wahrheitstabelle ergänzen:

A	B	¬A	¬B	¬A ⋁ B	¬(¬A ⋁ B)	

   b. ¬(A ⋀ B) ⋁ ¬(A ⋁ B) =

   c. Realisieren Sie die Schaltung für den Term A ⋁ B, indem Sie ausschließlich NAND-Gatter verwenden.

Gleichungsvereinfachung

Vereinfachen Sie die folgenden Gleichungen:

$$Z = A \vee B \vee \overline{B}$$
$$X = (M \wedge \overline{N}) \vee (M \wedge N \wedge \overline{M})$$
$$Z = B \vee (\overline{A} \wedge B \wedge C) \vee \overline{B}$$
$$Z = X \wedge (\overline{X} \vee S)$$

Erstellen Sie entsprechende Wahrheitstabellen, um ihr Ergebnis zu kontrollieren.

Erinnerung:

- Eine Variable ODER 1 ergibt 1
- Eine Variable ODER 0 ergibt die Variable