

# Basisinformationstechnologie I

Wintersemester 2021/22

08. November 2021 – Grundlagen IV: Zweierkomplementdarstellung, Subtraktion von Binärzahlen

Universität zu Köln. **Historisch-Kulturwissenschaftliche Informationsverarbeitung**

Dr. Jan Wieners // [jan.wieners@uni-koeln.de](mailto:jan.wieners@uni-koeln.de)

# ...previously...

## Rechnen im Binärsystem

- Addition von Binärzahlen
- Multiplikation von Binärzahlen
- (Subtraktion von Binärzahlen)

## Vorzeichenbehaftete Zahlen

- Zweierkomplementdarstellung

trink  
Brohler  
dann wird's Dir  
wohler

KIOSK  
101  
Belegte Brötchen

Böhrmer Stadt-Anzeiger  
www.kiosk.de

EXPRESS  
www.express.de

Presse  
Tabak  
Süßwaren  
Getränke

fröhmische Rundschau

früh  
KÖLSCH  
1874

OPEN

OPEN

Vorstellung

LANDNEE  
Jetzt ein Eis!

KIOSK  
101

Zeitungen	Stehcafe
Zeitschriften	Belegte Brötchen
Tabakwaren	Eis - Süßwaren
Telefonkarten	Getränke
Cashkarten	Spirituosen
Fax-Kopie	Lebensmittel
Schulartikel	Tiernahrung

KIOSK  
101

Zeitungen	Stehcafe
Zeitschriften	Belegte Brötchen
Tabakwaren	Eis - Süßwaren
Telefonkarten	Getränke
Cashkarten	Spirituosen
Fax-Kopie	Lebensmittel
Schulartikel	Tiernahrung



trink  
Brohler  
dann wird's Dir  
wohler

**KIOSK  
101**  
Belegte Brötchen

HEX	5
DEC	5
OCT	5
BIN	0101

HEX	65
DEC	101
OCT	145
BIN	0110 0101

HEX	41
DEC	65
OCT	101
BIN	0100 0001

HEX	101
DEC	257
OCT	401
BIN	0001 0000 0001

früh

Preise  
Tabak  
Süßwaren  
Getränke

**EXPRESS**  
www.express.de

**fröhmische Rundschau**

Böhmischer Stadt-Anzeiger  
www.kiosk.de

Veranstaltungen

Landeser  
Jetzt ein Eis!

**KIOSK  
101**

Zeitungen	Stehcafe
Zeitschriften	Belegte Brötchen
Tabakwaren	Eis - Süßwaren
Telefonkarten	Getränke
Cashkarten	Spirituosen
Fax-Kopie	Lebensmittel
Schulartikel	Tiernahrung

OPEN

**KIOSK  
101**

Zeitungen	Stehcafe
Zeitschriften	Belegte Brötchen
Tabakwaren	Eis - Süßwaren
Telefonkarten	Getränke
Cashkarten	Spirituosen
Fax-Kopie	Lebensmittel
Schulartikel	Tiernahrung





**10010100**



**10010100**



**MSB**  
**(most significant bit)**

**10010100**

**MSB**

**(most significant bit)**

**LSB**

**(least significant bit)**

**10010100**

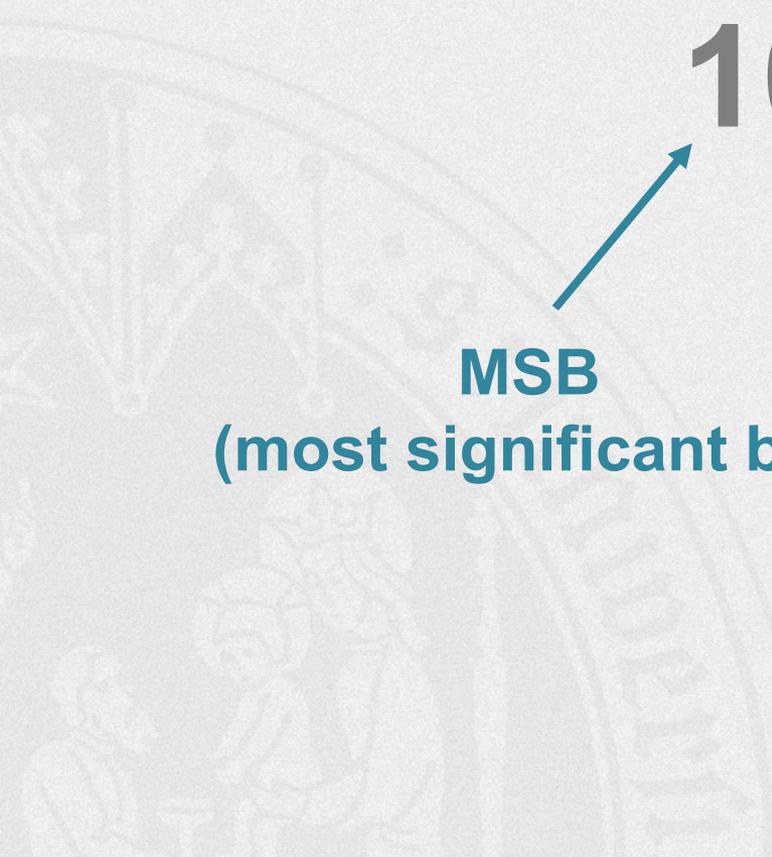
**Nibble**

**MSB**

**(most significant bit)**

**LSB**

**(least significant bit)**



Byte

Nibble

10010100

MSB

(most significant bit)

LSB

(least significant bit)

A large, bold, black stylized letter 'Z' with a white diagonal stripe running from the top-left to the bottom-right.

-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

# Darstellung als Vorzeichen und Betrag

Verwendung des MSB als Kennzeichnung negativer Zahlen

Positive Zahl: Vorzeichenbit / MSB = 0

Negative Zahl: MSB = 1

Beispiel: 4 Bit große Darstellung von  $\pm 6$

$$+6 = ?$$

$$-6 = ?$$

# Darstellung als Vorzeichen und Betrag

Verwendung des MSB als Kennzeichnung negativer Zahlen

Positive Zahl: Vorzeichenbit / MSB = 0

Negative Zahl: MSB = 1

Beispiel: 4 Bit große Darstellung von  $\pm 6$

$$+6 = 0110$$

$$-6 = 1110$$

# Darstellung als Vorzeichen und Betrag

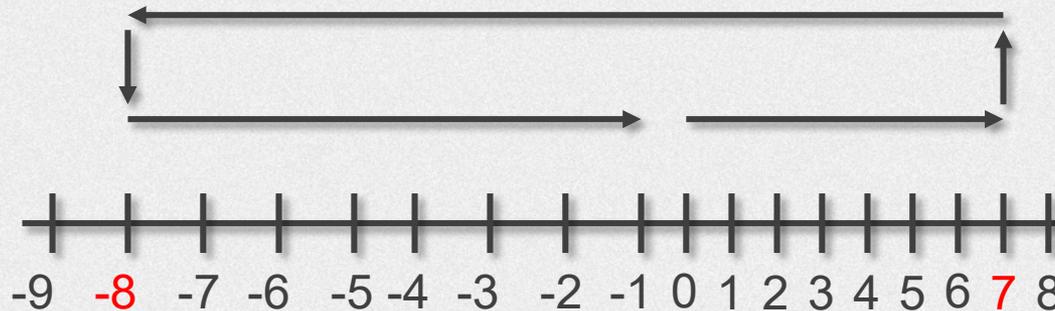
Probleme:

1) Addition funktioniert nicht:

$$\begin{array}{r} 0110 \\ +1110 \\ \hline 10100 = -4 \end{array}$$

2) Null zweimal Codiert: 1000 vs. 0000

# Zweierkomplementdarstellung



1000 = -8	1100 = -4	0000 = 0	0100 = 4
1001 = -7	1101 = -3	0001 = 1	0101 = 5
1010 = -6	1110 = -2	0010 = 2	0110 = 6
1011 = -5	1111 = -1	0011 = 3	0111 = 7

**Darstellbarer Zahlenbereich:  $-2^{n-1}$  bis  $2^{n-1}-1$**

# Zweierkomplement: Umrechnung

Umwandlung 6 in -6:

- Schritt 0: Binärdarstellung bilden: 0110
- Schritt I: Einerkomplement bilden, d.h. Negation aller Bits  
0110 → 1001
- Schritt II: Addition von 1  
1001 + 0001 = 1010

1010 ist die Entsprechung der Dezimalzahl -6 im Binärsystem (unter Verwendung der Zweierkomplementdarstellung)

# Übungsaufgaben

Bestimmen Sie das Zweierkomplement von  $7_{10} = 0111_2$



# Übungsaufgaben

Bestimmen Sie das Zweierkomplement von  $7_{10} = 0111_2$

Schritt 1: Einerkomplement bilden  $\rightarrow 1000$

Schritt 2: Zweierkomplement (1 addieren)  $\rightarrow 1001$

# Übungsaufgaben

Bestimmen Sie das Zweierkomplement von  $8_{10} = 1000_2$



# Übungsaufgaben

Bestimmen Sie das Zweierkomplement von  $8_{10} = 1000_2$

MSB == 1: Sollte im Zweierkomplement folglich eine negative Zahl darstellen.

Erweiterung des Wertebereiches um ein Nibble:

0000 1000  $\rightarrow$  MSB == 0, also positive Zahl

# Übungsaufgaben

0000 1000  $\rightarrow$  MSB == 0, also positive Zahl

Schritt 1: Einerkomplement bilden  $\rightarrow$  1111 0111

Schritt 2: Zweierkomplement bilden

$$\begin{array}{r} 1111\ 0111 \\ +\ 0000\ 0001 \\ \hline 11111000 \end{array}$$

# Übungsaufgaben Zweierkomplement

Regel I: Mit festem Wertebereich arbeiten (4 Bit, 8 Bit, etc.).

Regel II: Wenn MSB == 1: Auffüllen mit 0 auf nächst größeres Nibble (wg. Wertebereich).

- Welche Binärzahl (Stichw. Zweierkomplement) entspricht der Dezimalzahl -15?
- Welche Binärzahl entspricht der Dezimalzahl -45?
- Welche Binärzahl entspricht der Dezimalzahl -17?

# Übungsaufgaben Zweierkomplement

$$15 = 1111$$

Weil MSB == 1: Wertebereich erweitern

$$\rightarrow 0000\ 1111$$

Einerkomplement bilden:

$$1111\ 0000$$

Zweierkomplement bilden:

$$1111\ 0001 = -15$$

# Übungsaufgaben Zweierkomplement

Testen, ob's funktioniert hat:

$$1111\ 0001 = -?$$

Einerkomplement bilden: 0000 1110

Zweierkomplement: 0000 1111

$$0000\ 1111 = 15$$

# Übungsaufgaben Zweierkomplement

- Welche Binärzahl (Stichw. Zweierkomplement) entspricht der Dezimalzahl -15?
- Welche Binärzahl entspricht der Dezimalzahl -45?
- Welche Binärzahl entspricht der Dezimalzahl -17?

# Übungsaufgaben Zweierkomplement

$$45 = 0010\ 1101$$

- Einerkomplement bilden:  
1101 0010
- Zweierkomplement bilden, d.h. 1 addieren:

$$\begin{array}{r} 1101\ 0010 \\ + \quad \quad 1 \\ \hline 1101\ 0011 \end{array}$$

$$\rightarrow -45 = 1101\ 0011$$

# Übungsaufgaben Zweierkomplement

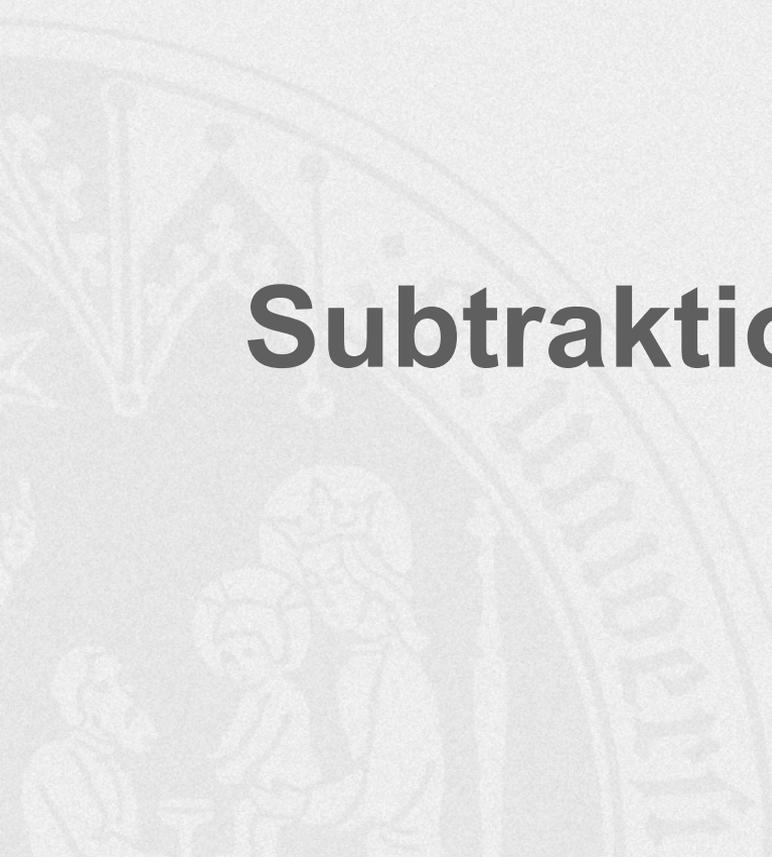
$$17 = 1\ 0001$$

- Auf 1 Byte auffüllen:  
 $1\ 0001 = 0001\ 0001$
- Einerkomplement bilden:  
 $1110\ 1110$
- Zweierkomplement bilden, d.h. 1 addieren:

$$\begin{array}{r} 1110\ 1110 \\ + \quad \quad 1 \\ \hline 1110\ 1111 \end{array}$$

$$\rightarrow -17 = 1110\ 1111$$

# Subtraktion im Binärsystem



# Subtraktion: Addition von Zweierkomplementzahlen

Subtraktion = Addition der zu subtrahierenden Zahl:

$$5 - 7 = 5 + (-7)$$

Im Binärsystem:

$$\begin{array}{r} 0101 \rightarrow 5 \\ + 1001 \rightarrow \text{Zweierkomplementdarst. von } 7 \\ \hline \mathbf{1}110 \rightarrow \text{Führendes Bit} == 1: \text{ Negative Zahl} \end{array}$$

Da negative Zahl: Wieder umwandeln, um Betrag zu bestimmen:

$$\text{Einerkomplement von } 1110 = 0001$$

$$\text{Zweierkomplement von } 1110 = 0010 = (-)2$$

# Übungsaufgaben

Berechnen Sie im Binärsystem unter Verwendung des Zweierkomplements:

- $13-5$
- $-7+11$
- $12-11$
- $3-12$
- $127-50$

# Übungsaufgaben

Berechnen Sie:

▪ 13-5

13/2=6, Rest 1

6/2 =3, Rest 0

3/2 =1, Rest 1

1/2 =0, Rest 1

5/2=2, Rest 1

2/2=1, Rest 0

1/2=0, Rest 1

13 = 0000 **1101**

5 = 101 = 0000 **0101**

Einerkomplement: 1111 1010

Zweierkomplement: 1111 **1011**

0000 1101  
+1111 1011  
-----

10000 1000 Zahl ist positiv (MSB==0) → Die führende 1, die aus der Addition ad infinitum resultiert, überschreitet den Wertebereich und wird gestrichen

13-5 = 1000 (binär) = 8

# Übungsaufgaben

Berechnen Sie im Binärsystem unter Verwendung des Zweierkomplements:

- $13-5$
- $-7+11$
- $12-11$
- $3-12$
- $127-50$

# Übungsaufgaben

Berechnen Sie:

- $-7+11$
- $=11+(-7)$

$11/2=5$ , Rest 1	$7/2=3$ , Rest 1
$5/2=2$ , Rest 1	$3/2=1$ , Rest 1
$2/2=1$ , Rest 0	$1/2=0$ , Rest 1
$1/2=0$ , Rest 1	

$$11=0000 \mathbf{1011}$$

$$7=111=0000 \mathbf{0111}$$

Einerkomplement: 1111 1000

Zweierkomplement: 1111 **1001**

$$\begin{array}{r} 0000 \ 1011 \\ +1111 \ 1001 \\ \hline \end{array}$$

$$40000 \ 0100$$

0100 → Zahl ist positiv (MSB==0),  
also Ergebnis = 0100 = 4

# Übungsaufgaben

Berechnen Sie:

- 12-11  
12/2=6, Rest 0  
6/2 =3, Rest 0  
3/2 =1, Rest 1  
1/2 =0, Rest 1

12=**1100**

11=0000 1011

Einerkomplement: 1111 0100

Zweierkomplement: **1111 0101**

0000 1100  
+1111 0101  
-----

10000 0001

→ Zahl ist positiv (MSB==0),  
also Ergebnis = 0001 = 1

# Übungsaufgaben

Berechnen Sie:

- $3-12$
- $=3+(-12)$

$$3/2=1, \text{ Rest } 1$$

$$1/2 = 0, \text{ Rest } 1$$

$$12/2=6, \text{ Rest } 0$$

$$6/2=3, \text{ Rest } 0$$

$$3/2=1, \text{ Rest } 1$$

$$1/2=0, \text{ Rest } 1$$

$$3=0011$$

$$12=0000 \ 1100$$

$$\text{Einerkomplement: } 1111 \ 00 \ 11$$

$$\text{Zweierkomplement: } 1111 \ 0100$$

$$\begin{array}{r} 0000 \ 0011 \\ +1111 \ 0100 \\ \hline \end{array}$$

$$1111 \ 0111$$

$$\text{Einerkomplement: } 0000 \ 1000; \text{ Zweierkomplement: } 1001$$

$$3-12=1001=-9$$

# Übungsaufgaben

Berechnen Sie:

- 127-50
- =127+(-50)

127=0111 1111

50=0011 0010

Einerkomplement: 1100 1101

Zweierkomplement: **1100 1110**

0111 1111  
+1100 1110

-----

10100 1101

→Übertrags-Eins geht über Wertebereich hinaus;

→Zahl ist positiv (MSB==0),

also Ergebnis = 0100 1101 = 77



/

# Roadmap



## Roadmap

- **The very Basics™**  
Informatik, Information und Daten, Zahlendarstellungen, Informationsdarstellung, Umwandlung / Rechnen im Binärsystem
- **Rechnertechnologie**  
Von Neumann Architektur, Rechnerkomponenten: Hardware, Boolesche Algebra, (Transistor)Schaltungen, Speicherbausteine
- **Theoretische Informatik**  
Grammatiken, Automatentheorie, DEAs, NEAs, Kellerautomat, Turingmaschine, Berechenbarkeit
- **Programmiersprachen**  
Arten von Programmiersprachen, VMs, Interpreter, Compiler, Programmentwicklung, UML, Datentypen, Variablen, Kontrollstrukturen, Datenstrukturen (Bäume, Stacks, Queues, Listen), Algorithmen, Komplexität / Laufzeit, Objektorientierung



/

# Bildnachweis

- <https://giphy.com/gifs/giphyqa-FcT1BFYoHwJxu>

