

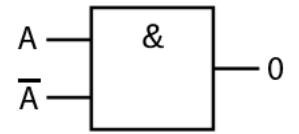
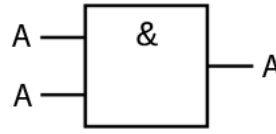
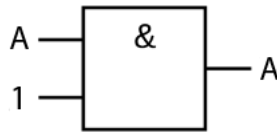
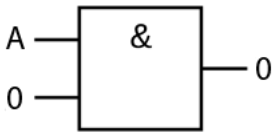
# Schaltalgebra: Basics

## Postulate (et es wie et es)

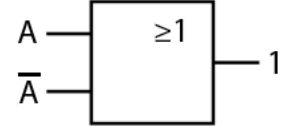
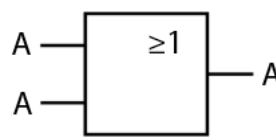
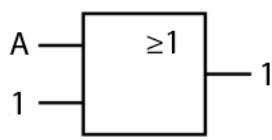
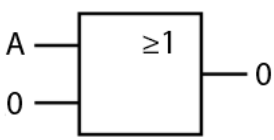
UND	ODER	NICHT
$0 \wedge 0 = 0$	$0 \vee 0 = 0$	$\neg 0 = 1$
$0 \wedge 1 = 0$	$0 \vee 1 = 1$	$\neg 1 = 0$
$1 \wedge 0 = 0$	$1 \vee 0 = 1$	
$1 \wedge 1 = 1$	$1 \vee 1 = 1$	

## Theoreme

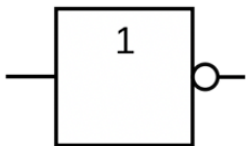
### UND



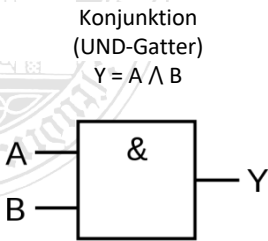
### ODER



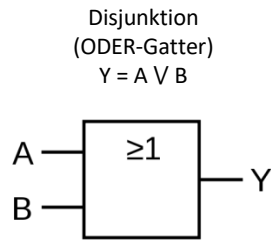
### NICHT



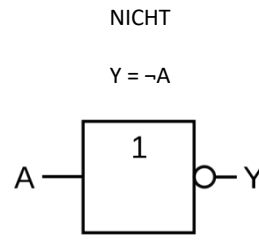
## Überblick über ausgewählte Gatter- und Verknüpfungsarten



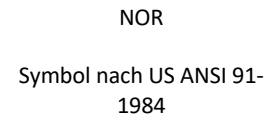
A	B	Y
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	



A	B	Y
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	



A	Y
0	
1	



A	B	Y
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

1. Zum gemütlichen Start: Bestimmen Sie bitte die vollständigen Wahrheitstabellen für die folgenden beiden Funktionsgleichungen:

- $Y = (A \vee B) \rightarrow (B \wedge A)$
- $Y = (A \vee B) \wedge (A \wedge C) \wedge B$

### Kommutativgesetz

Bei UND und ODER lassen sich Variablen beliebig vertauschen, das Ergebnis bleibt dasselbe::

$$\text{UND} \rightarrow X = A \wedge B \wedge C = C \wedge A \wedge B = B \wedge C \wedge A$$

$$\text{ODER} \rightarrow X = A \vee B \vee C = C \vee A \vee B = B \vee C \vee A$$

### Assoziativgesetz

Die Reihenfolge der Zuordnung der Variablen bei der UND- und ODER-Verknüpfung ist beliebig und hat keinen Einfluss auf das Ergebnis:

$$Z = A \wedge (B \wedge C) = (A \wedge B) \wedge C$$

$$Z = A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$$

### Bindungsregel

Eine UND-Verknüpfung bindet stets stärker als eine ODER-Verknüpfung.

### Distributivgesetz

$$\text{Konjunktives Distributivgesetz: } Z = A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

$$\text{Disjunktives Distributivgesetz: } Z = A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$



### De Morgansche Gesetze:

Erstes Gesetz:  $Z = \neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$

Nachweis:

A	B	$A \wedge B$	$\neg(A \wedge B)$	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \vee \neg B$

Zweites Gesetz:  $Z = \neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$

Nachweis:

A	B	$A \vee B$	$\neg(A \vee B)$	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \wedge \neg B$

### Übungsaufgaben

2. Vereinfachen Sie die beiden Gleichungen unter Berücksichtigung der Gesetze De Morgans:

a.  $\neg(\neg A \vee B) =$

Beweisen Sie die Gültigkeit der Umformung, indem Sie die entsprechende Wahrheitstabelle ergänzen:

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \vee B$	$\neg(\neg A \vee B)$	

b.  $\neg(A \wedge B) \vee \neg(A \vee B) =$

c. Realisieren Sie die Schaltung für den Term  $A \vee B$ , indem Sie ausschließlich NAND-Gatter verwenden.

## Gleichungsvereinfachung

Vereinfachen Sie die folgenden Gleichungen:

$$Z = A \vee B \vee \overline{B}$$

$$X = (M \wedge \overline{N}) \vee (M \wedge N \wedge \overline{M})$$

$$Z = B \vee (\overline{A} \wedge B \wedge C) \vee \overline{B}$$

$$Z = X \wedge (\overline{X} \vee S)$$

Erstellen Sie entsprechende Wahrheitstabellen, um ihr Ergebnis zu kontrollieren.

Erinnerung:

- Eine Variable ODER 1 ergibt 1
- Eine Variable ODER 0 ergibt die Variable