



Foto: Thomas Josek

Basisinformationstechnologie I

Wintersemester 2022/23. Grundlagen IV: Zweierkomplementdarstellung, Subtraktion von Binärzahlen. *Basierend auf Jan Wieners' Folien*

...previously...

Rechnen im Binärsystem

- Addition von Binärzahlen
- Multiplikation von Binärzahlen
- (Subtraktion von Binärzahlen)

Vorzeichenbehaftete Zahlen

- Zweierkomplementdarstellung

trink
Brohler
dann wird's Dir
wohler

KIOSK
101
Belegte Brötchen

Böhrmer Stadt-Anzeiger
www.kiosk.de

EXPRESS
www.express.de

Presse
Tabak
Süßwaren
Getränke

fröhmische Mundschau

früh
KÖLSCH
1874

OPEN

OPEN

Wohlfühl
Länderei

Jetzt ein Eis!

KIOSK
101

Zeitungen	Stehcafe
Zeitschriften	Belegte Brötchen
Tabakwaren	Eis - Süßwaren
Telefonkarten	Getränke
Cashkarten	Spirituosen
Fax-Kopie	Lebensmittel
Schulartikel	Tiernahrung

KIOSK
101

Zeitungen	Stehcafe
Zeitschriften	Belegte Brötchen
Tabakwaren	Eis - Süßwaren
Telefonkarten	Getränke
Cashkarten	Spirituosen
Fax-Kopie	Lebensmittel
Schulartikel	Tiernahrung

EXPRESS
www.express.de

Eingang

trink
Brohler
dann wird's Dir
wohler

KIOSK
101
Belegte Brötchen

HEX	5
DEC	5
OCT	5
BIN	0101

HEX	65
DEC	101
OCT	145
BIN	0110 0101

HEX	41
DEC	65
OCT	101
BIN	0100 0001

HEX	101
DEC	257
OCT	401
BIN	0001 0000 0001

früh

Böhrmer Stadt-Anzeiger
EXPRESS
Presse Tabak Süßwaren Getränke
fröhmische Mundschau

Wohlfühl
Landreie
Jetzt ein Eis!

KIOSK
101
Zeitungen Belegte Brötchen
Zeitschriften Eis-Süßwaren
Tabakwaren Getränke
Telefonkarten Spirituosen
Cashkarten Lebensmittel
Fax-Kopie Schulartikel
Tiernahrung

OPEN

Eingang

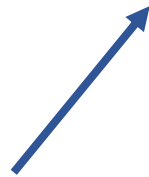
KIOSK
101
Zeitungen Stehcafe
Zeitschriften Belegte Brötchen
Tabakwaren Eis-Süßwaren
Telefonkarten Getränke
Cashkarten Spirituosen
Fax-Kopie Lebensmittel
Schulartikel Tiernahrung

EXPRESS



10010100

10010100



MSB
(most significant bit)

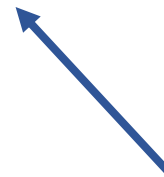
10010100

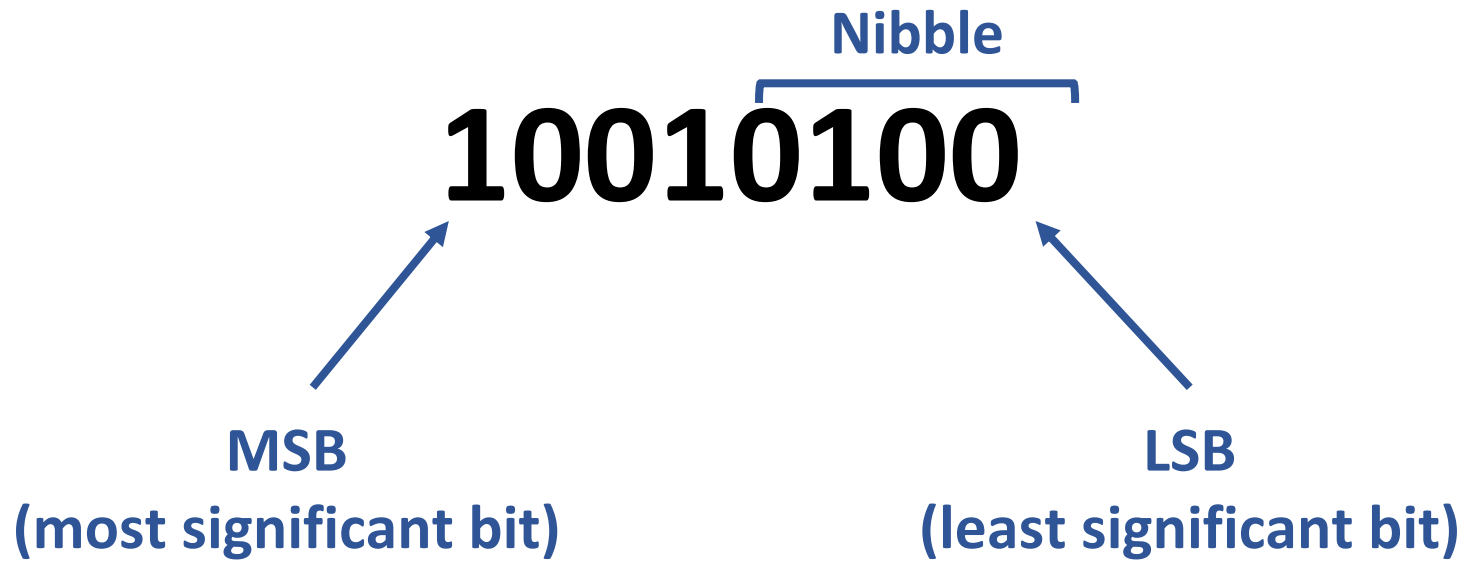
MSB

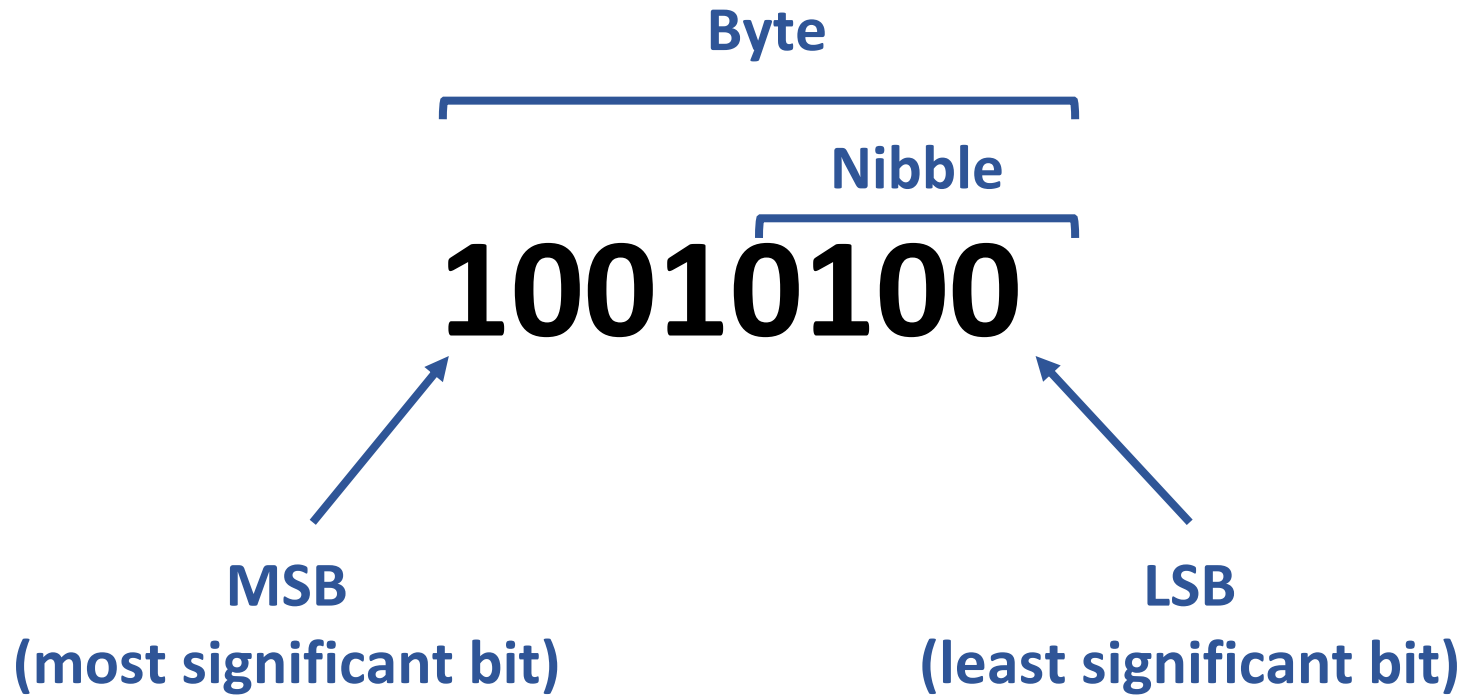
(most significant bit)

LSB

(least significant bit)







Z

-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Darstellung als Vorzeichen und Betrag

Verwendung des MSB als Kennzeichnung negativer Zahlen

Positive Zahl: Vorzeichenbit / MSB = 0

Negative Zahl: MSB = 1

Beispiel: 4 Bit große Darstellung von ± 6

$$+6 = ?$$

$$-6 = ?$$

Darstellung als Vorzeichen und Betrag

Verwendung des MSB als Kennzeichnung negativer Zahlen

Positive Zahl: Vorzeichenbit / MSB = 0

Negative Zahl: MSB = 1

Beispiel: 4 Bit große Darstellung von ± 6

$$+6 = 0110$$

$$-6 = 1110$$

Darstellung als Vorzeichen und Betrag

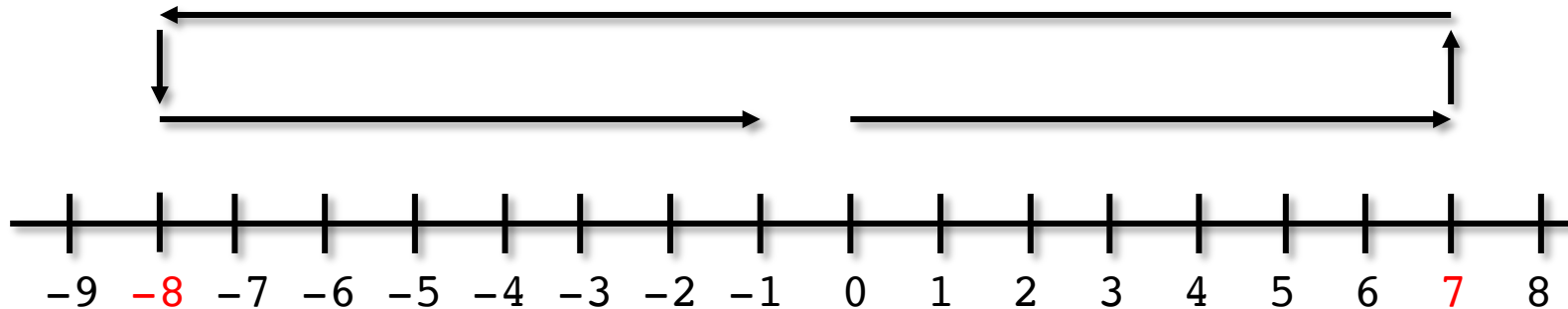
Probleme:

1) Addition funktioniert nicht:

$$\begin{array}{r} 0110 \\ +1110 \\ \hline 10100 = -4 \end{array}$$

2) Null zweimal Codiert: 1000 vs. 0000

Zweierkomplementdarstellung



$$1000 = -8$$

$$1100 = -4$$

$$0000 = 0$$

$$0100 = 4$$

$$1001 = -7$$

$$1101 = -3$$

$$0001 = 1$$

$$0101 = 5$$

$$1010 = -6$$

$$1110 = -2$$

$$0010 = 2$$

$$0110 = 6$$

$$1011 = -5$$

$$1111 = -1$$

$$0011 = 3$$

$$0111 = 7$$

Darstellbarer Zahlenbereich: -2^{n-1} bis $2^{n-1}-1$

Zweierkomplement: Umrechnung

Umwandlung 6 in -6:

- Schritt 0: Binärdarstellung bilden: 0110
- Schritt I: Einerkomplement bilden, d.h. Negation aller Bits
0110 → 1001
- Schritt II: Addition von 1
1001 + 0001 = 1010

1010 ist die Entsprechung der Dezimalzahl -6 im Binärsystem (unter Verwendung der Zweierkomplementdarstellung)

Übungsaufgaben

Bestimmen Sie das Zweierkomplement von $7_{10} = 00000111_2$

Übungsaufgaben

Bestimmen Sie das Zweierkomplement von $7_{10} = 0000$
 0111_2

Schritt 1: Einerkomplement bilden $\rightarrow 1111\ 1000$

Schritt 2: Zweierkomplement (1 addieren) \rightarrow
 $1111\ 1001$

Übungsaufgaben

Bestimmen Sie das Zweierkomplement von $8_{10} = 1000_2$

Übungsaufgaben

Bestimmen Sie das Zweierkomplement von $8_{10} = 1000_2$

MSB == 1: Sollte im Zweierkomplement folglich eine negative Zahl darstellen.

Erweiterung des Wertebereiches um ein Nibble:

0000 1000 \rightarrow MSB == 0, also positive Zahl

Übungsaufgaben

0000 1000 \rightarrow MSB == 0, also positive Zahl

Schritt 1: Einerkomplement bilden \rightarrow 1111 0111

Schritt 2: Zweierkomplement bilden

$$\begin{array}{r} 1111\ 0111 \\ + 0000\ 0001 \\ \hline 1111\ 1000 \end{array}$$

Übungsaufgaben Zweierkomplement

Regel I: Mit festem Wertebereich arbeiten (4 Bit, 8 Bit, etc.).

Regel II: Wenn MSB == 1: Auffüllen mit 0 auf nächst größeres Nibble (wg. Wertebereich).

- Welche Binärzahl (Stichw. Zweierkomplement) entspricht der Dezimalzahl -15?
- Welche Binärzahl entspricht der Dezimalzahl -45?
- Welche Binärzahl entspricht der Dezimalzahl -17?

Übungsaufgaben Zweierkomplement

$$15 = 1111$$

Weil MSB == 1: Wertebereich erweitern

$$\rightarrow 0000\ 1111$$

Einerkomplement bilden:

$$1111\ 0000$$

Zweierkomplement bilden:

$$1111\ 0001 = -15$$

Übungsaufgaben Zweierkomplement

Testen, ob's funktioniert hat:

$$1111\ 0001 = -?$$

Einerkomplement bilden: 0000 1110

Zweierkomplement: 0000 1111

$$0000\ 1111 = 15$$

Übungsaufgaben Zweierkomplement

- Welche Binärzahl (Stichw. Zweierkomplement) entspricht der Dezimalzahl -15?
- Welche Binärzahl entspricht der Dezimalzahl -45?
- Welche Binärzahl entspricht der Dezimalzahl -17?

Übungsaufgaben Zweierkomplement

$$45 = 0010\ 1101$$

- Einerkomplement bilden:
1101 0010

- Zweierkomplement bilden, d.h. 1 addieren:
1101 0010
+ 1

1101 0011

$$\rightarrow -45 = 1101\ 0011$$

Übungsaufgaben Zweierkomplement

$$17 = 1\ 0001$$

- Auf 1 Byte auffüllen:
 $1\ 0001 = 0001\ 0001$

- Einerkomplement bilden:
 $1110\ 1110$

- Zweierkomplement bilden, d.h. 1 addieren:

$$\begin{array}{r} 1110\ 1110 \\ + \quad \quad 1 \\ \hline 1110\ 1111 \end{array}$$

$$\rightarrow -17 = 1110\ 1111$$

Subtraktion im Binärsystem

Subtraktion: Addition von Zweierkomplementzahlen

Subtraktion = Addition der zu subtrahierenden Zahl:

$$5 - 7 = 5 + (-7)$$

Im Binärsystem:

$$\begin{array}{r} 0101 \rightarrow 5 \\ + 1001 \rightarrow \text{Zweierkomplementdarst. von } 7 \\ \hline \mathbf{1}110 \rightarrow \text{Führendes Bit} == 1: \text{ Negative Zahl} \end{array}$$

Da negative Zahl: Wieder umwandeln, um Betrag zu bestimmen:

$$\text{Einerkomplement von } 1110 = 0001$$

$$\text{Zweierkomplement von } 1110 = 0010 = (-)2$$

Übungsaufgaben

Berechnen Sie im Binärsystem unter Verwendung des Zweierkomplements:

- $13-5$
- $-7+11$
- $12-11$
- $3-12$
- $127-50$

Übungsaufgaben

Berechnen Sie:

▪ 13-5

13/2=6, Rest 1 5/2=2, Rest 1

6/2 =3, Rest 0 2/2=1, Rest 0

3/2 =1, Rest 1 1/2=0, Rest 1

1/2 =0, Rest 1

13 = 0000 **1101** 5 = 101 = 0000 **0101**

Einerkomplement: 1111 1010

Zweierkomplement:1111 **1011**

0000 1101

+1111 1011

~~10000~~ 1000 Zahl ist positiv (MSB==0) → Die führende 1, die aus der Addition ad infinitum resultiert, überschreitet den Wertebereich und wird gestrichen

13-5 = 0000 1000 (binär) = 8

Übungsaufgaben

Berechnen Sie im Binärsystem unter Verwendung des Zweierkomplements:

- $13-5$
- $-7+11$
- $12-11$
- $3-12$
- $127-50$

Übungsaufgaben

Berechnen Sie:

- $-7+11$

- $=11+(-7)$

$11/2=5$, Rest 1 $7/2=3$, Rest 1

$5/2=2$, Rest 1 $3/2=1$, Rest 1

$2/2=1$, Rest 0 $1/2=0$, Rest 1

$1/2=0$, Rest 1

$11=0000$ **1011**

$7=111=0000$ **0111**

Einerkomplement: 1111 1000

Zweierkomplement: 1111 **1001**

0000 1011

+1111 1001

~~1~~0000 0100

0100 → Zahl ist positiv (MSB==0),

also Ergebnis = 0100 = 4

Übungsaufgaben

Berechnen Sie:

▪ 12-11

12/2=6, Rest 0

6/2 =3, Rest 0

3/2 =1, Rest 1

1/2 =0, Rest 1

12=**1100**

11=0000 1011

Einerkomplement: 1111 0100

Zweierkomplement: **1111 0101**

0000 1100

+1111 0101

~~10000 0001~~

→ Zahl ist positiv (MSB==0),

also Ergebnis = 0001 = 1

Übungsaufgaben

Berechnen Sie:

- $3-12$

- $=3+(-12)$

$$3/2=1, \text{ Rest } 1$$

$$1/2 =0, \text{ Rest } 1$$

$$12/2=6, \text{ Rest } 0$$

$$6/2=3, \text{ Rest } 0$$

$$3/2=1, \text{ Rest } 1$$

$$1/2=0, \text{ Rest } 1$$

$$3=0011$$

$$12=0000\ 1100$$

$$\text{Einerkomplement: } 1111\ 00\ 11$$

$$\text{Zweierkomplement: } \mathbf{1111\ 0100}$$

$$0000\ 0011$$

$$+1111\ 0100$$

$$1111\ 0111$$

$$\text{Einerkomplement: } 0000\ 1000; \text{ Zweierkomplement: } 1001$$

$$3-12=1001=-9$$

Übungsaufgaben

Berechnen Sie:

- $127-50$
- $=127+(-50)$

$127=0111\ 1111$

$50=0011\ 0010$

Einerkomplement: $1100\ 1101$

Zweierkomplement: **$1100\ 1110$**

$0111\ 1111$
 $+1100\ 1110$

~~$10100\ 1101$~~

→ Übertrags-Eins geht über Wertebereich hinaus;

→ Zahl ist positiv (MSB==0),

also Ergebnis = $0100\ 1101 = 77$

/

Roadmap



Roadmap

- **The very Basics™**
Informatik, Information und Daten, Zahlendarstellungen, Informationsdarstellung, Umwandlung / Rechnen im Binärsystem
- **Rechnertechnologie**
Von Neumann Architektur, Rechnerkomponenten: Hardware, Boolesche Algebra, (Transistor)Schaltungen, Speicherbausteine
- **Theoretische Informatik**
Grammatiken, Automatentheorie, DEAs, NEAs, Kellerautomat, Turingmaschine, Berechenbarkeit
- **Programmiersprachen**
Arten von Programmiersprachen, VMs, Interpreter, Compiler, Programmentwicklung, UML, Datentypen, Variablen, Kontrollstrukturen, Datenstrukturen (Bäume, Stacks, Queues, Listen), Algorithmen, Komplexität / Laufzeit, Objektorientierung

/

Bildnachweis

- <https://giphy.com/gifs/giphyqa-FcT1BFYoHwJxu>