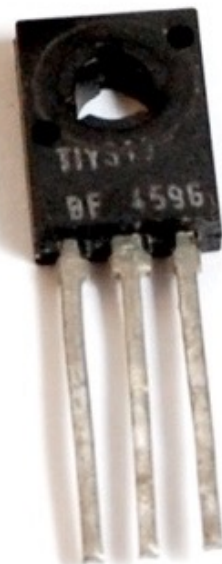
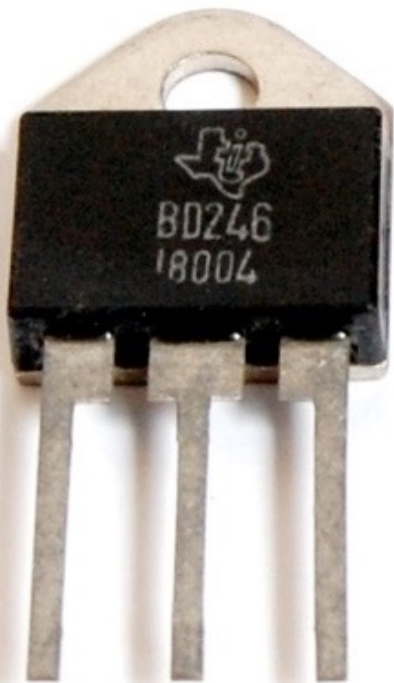
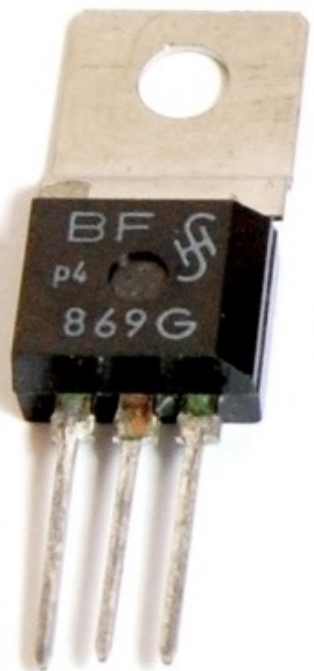
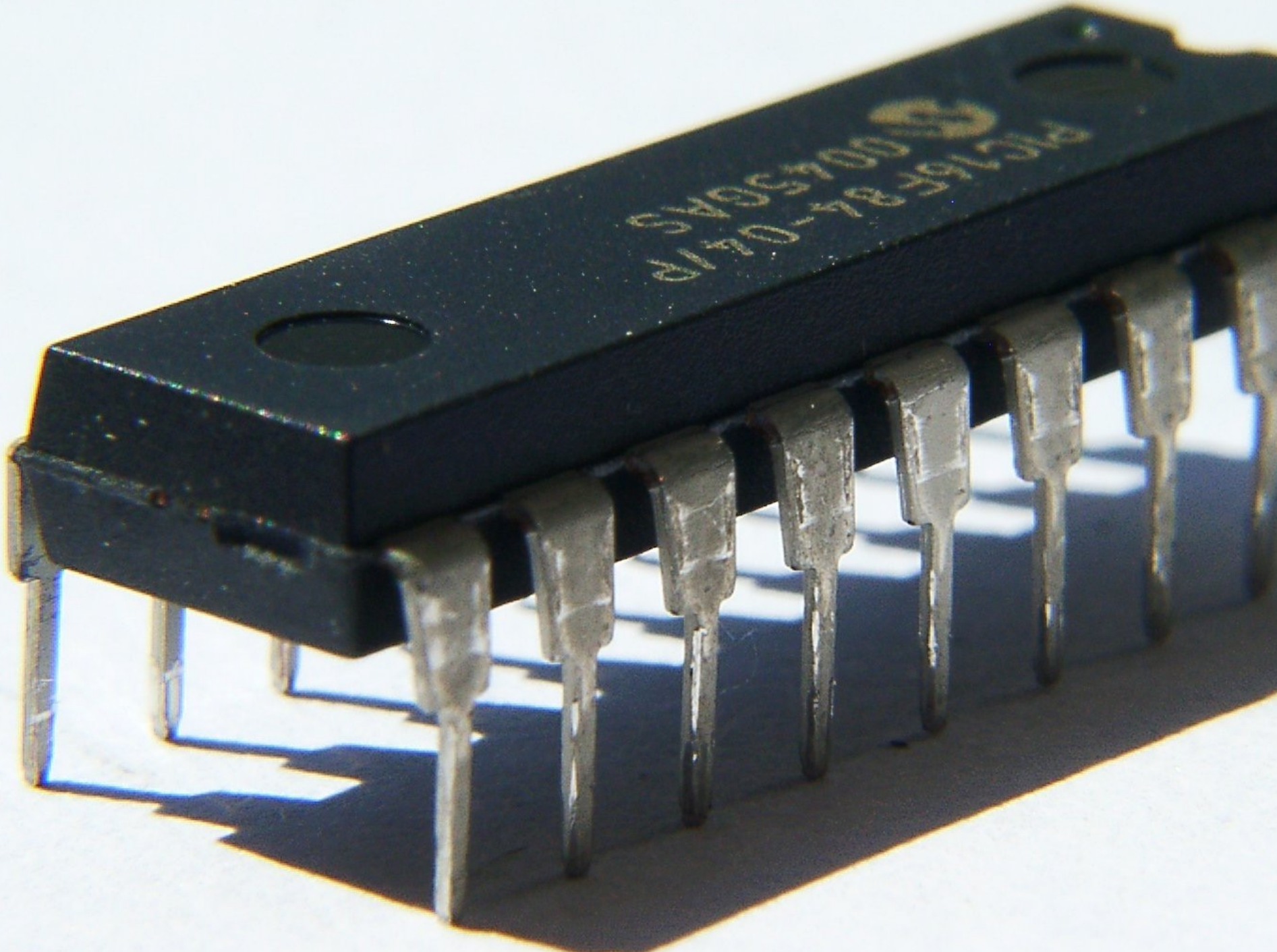




Basisinformationstechnologie I

Wintersemester 2022/23. Digitaltechnik, Schaltalgebra.
Basierend auf Jan Wieners' Folien





(Logik)Gatter

Vereinfacht: Blackbox mit n Eingängen und einem Ausgang



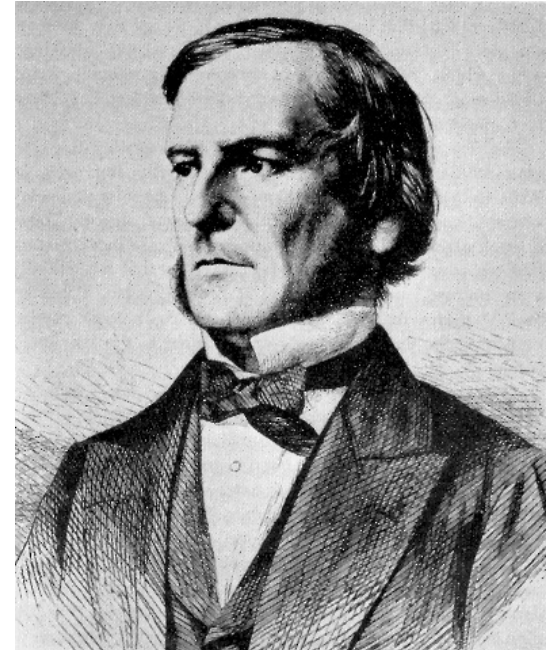
Eingänge / Ausgang: Spannungszustände, i.e. 0 Volt für 0 und 5 Volt für 1

Schaltalgebra

Boolesche Algebra / Schaltalgebra

Beschreibung von Schaltungen, die sich durch Kombination von Gattern aufbauen lassen über **Boolesche Algebra**:

- George Boole (1815-1864)
- Variablen und Funktionen können nur die Werte 1 (wahr, TRUE) und 0 (falsch, FALSE) annehmen bzw. zurückgeben.
- Z.B. Datentyp *bool* in C++
- Vollständige Beschreibung der Booleschen Fkt. über Tabelle mit 2^n Zeilen, wobei n gleich Anzahl der Eingangsvariablen / -werte → **Wahrheitstabelle**
- **Schaltalgebra** kennt zwei Konstanten: 0 (Schalter geschlossen / Leitung unterbrochen) und 1 (Schalter offen / Leitung durchgeschaltet)



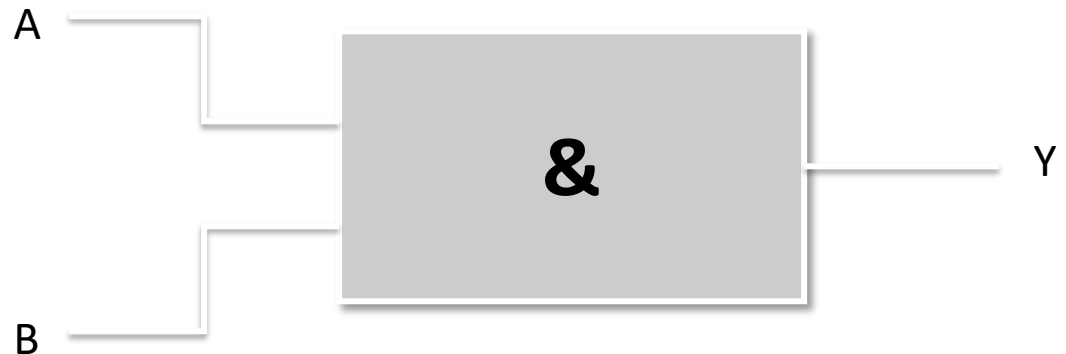
Wahrheitstabelle

Für zwei Eingänge (A, B): $2^2=4$ Tabellenzeilen

0 \triangleq falsch

1 \triangleq wahr

A	B	Y
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	



Wahrheitstabelle

Für zwei Eingänge (A, B): $2^2=4$ Tabellenzeilen

0 \triangleq falsch

1 \triangleq wahr

A	B	Y
f	f	
f	t	
t	f	
t	t	



Wahrheitstabelle

Für drei Eingänge (A, B, C): $2^3=8$ Tabellenzeilen

A	B	C	Y
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

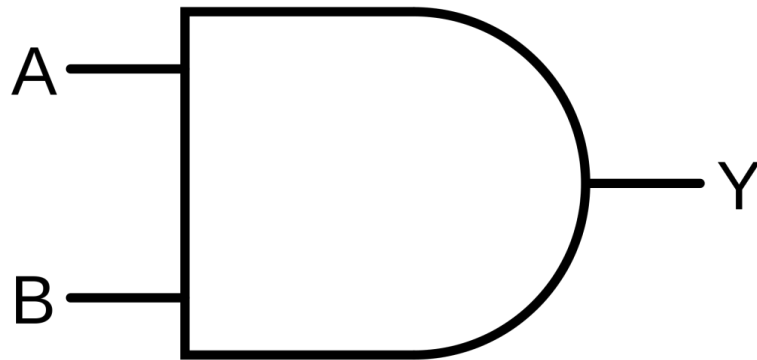
Gattertypen / Verknüpfungsarten

Verschiedene **Gattertypen**, d.h. Arten, Eingangssignale miteinander zu **verknüpfen**:

- UND (AND)
- ODER (OR)
- NICHT (NOT)
- NICHT UND (NAND)
- ...

Gattertypen: UND / AND –Gatter → Konjunktion

Symbol (nach US ANSI 91-1984)



Funktion

$$Y = A \wedge B$$

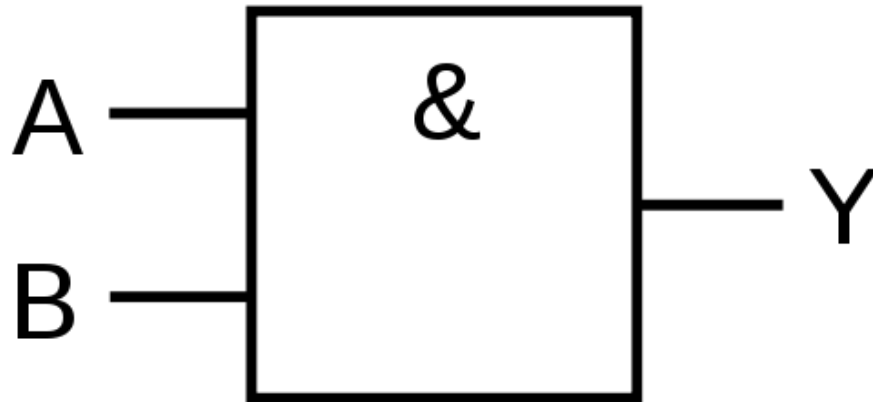
Wahrheitstabelle

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Gattertypen: UND / AND –Gatter → Konjunktion

Symbol (nach IEC 60617-12)

IEC: International Electrotechnical Commission



Funktion

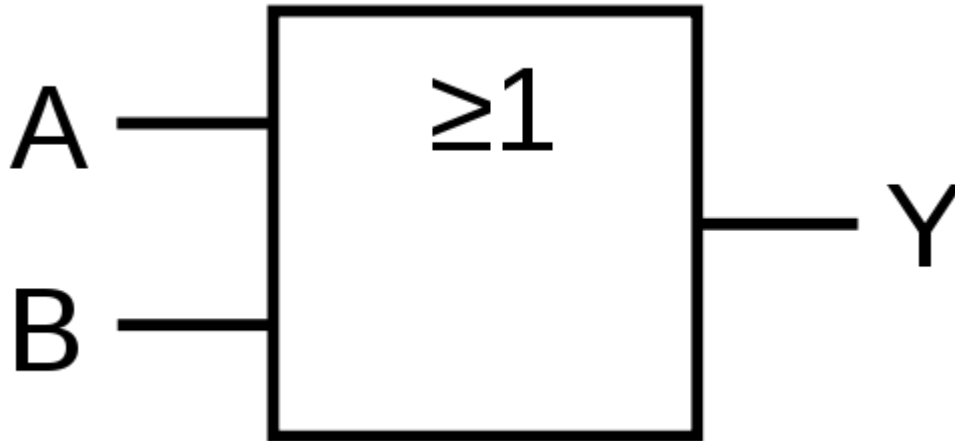
$$Y = A \wedge B$$

Wahrheitstabelle

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Gattertypen: ODER / OR –Gatter → Disjunktion

Symbol



Funktion

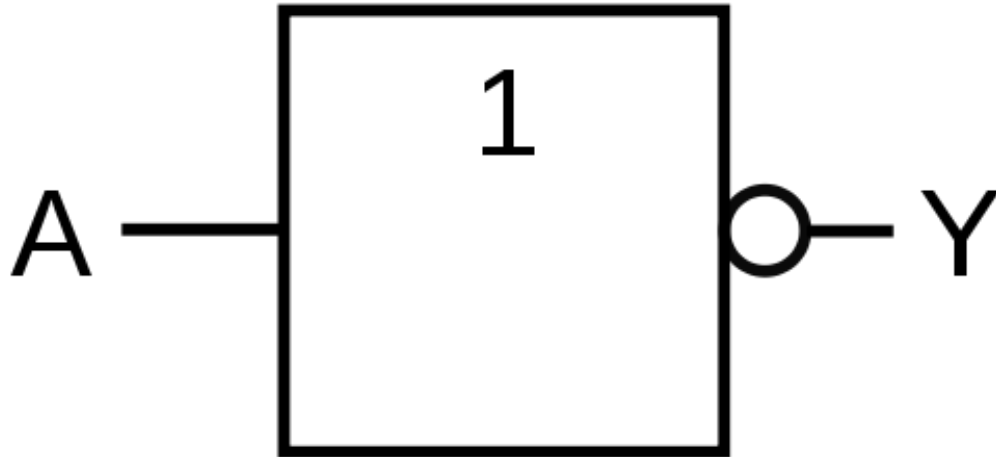
$$Y = A \vee B$$

Wahrheitstabelle

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Gattertypen: NICHT / NOT –Gatter → Negation

Symbol



Funktion
 $Y = \neg A$

Wahrheitstabelle

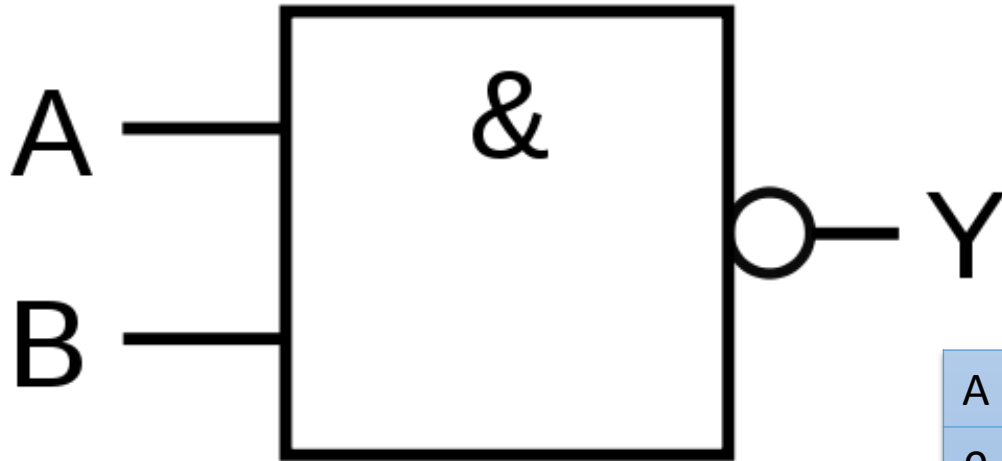
oder

$Y = \overline{A}$

A	Y
0	1
1	0

Übung 1

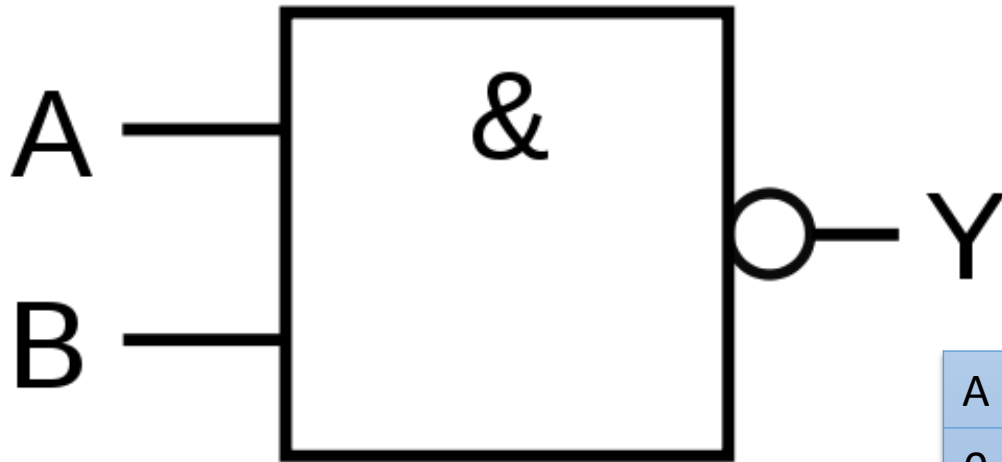
Bestimmen Sie die Wahrheitstabelle für das folgende Gatter:



A	B	$A \wedge B$	$Y = \overline{A \wedge B}$
0	0	0	
0	1	0	
1	0	0	
1	1	1	

Übung 1

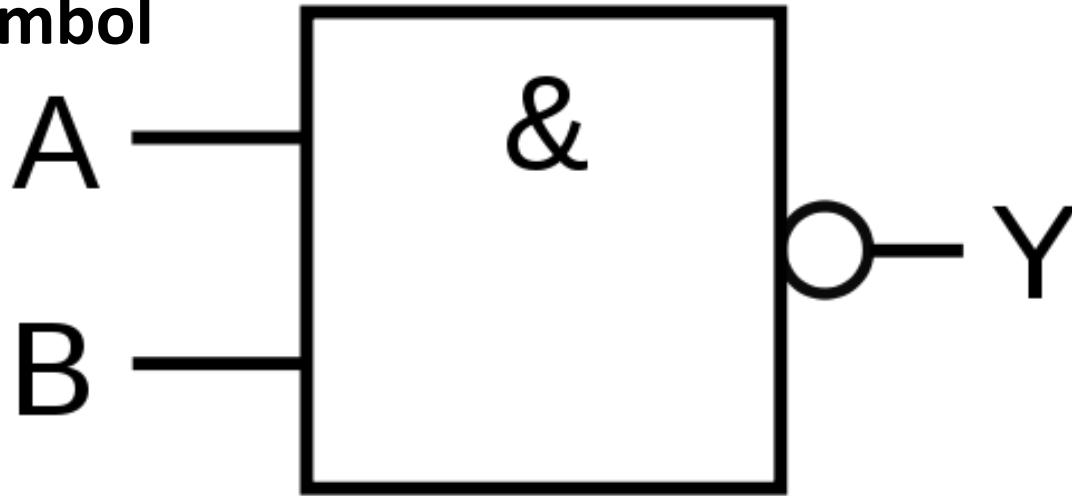
Bestimmen Sie die Wahrheitstabelle für das folgende Gatter:



A	B	$A \wedge B$	$Y = \overline{A \wedge B}$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Gattertypen: NICHT UND / NAND Gatter

Symbol



Funktion

$$Y = A \wedge B$$

oder

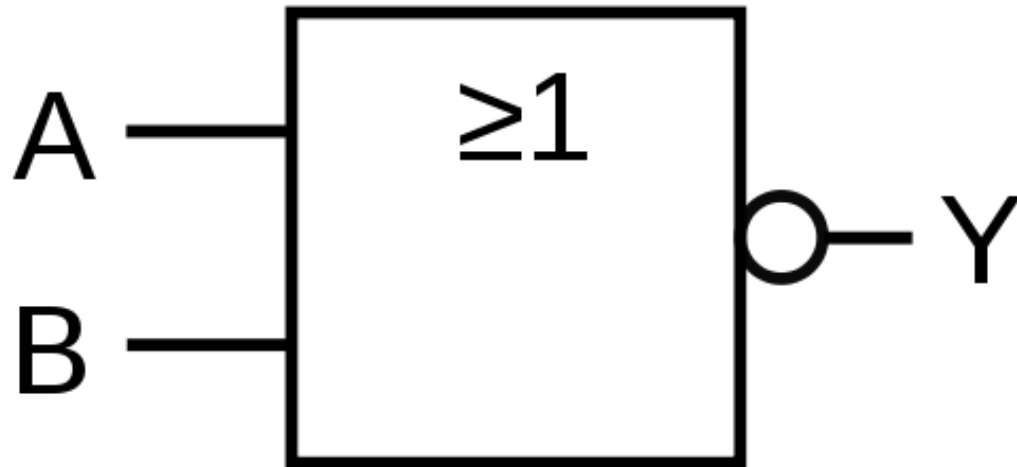
$$Y = \neg(A \wedge B)$$

Wahrheitstabelle

A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Gattertypen: NICHT ODER / NOR Gatter

Symbol



Funktion

$$Y = A \vee B$$

oder

$$Y = \neg(A \vee B)$$

Wahrheitstabelle

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Übung 2

Bestimmen Sie die vollständigen Wahrheitstabellen für die folgenden Funktionsgleichungen:

- $Y = (A \vee B) \wedge \neg A$

- $Y = (A \wedge B) \wedge \neg (B \vee A)$

- $Y = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

- $C = A \wedge B$

- $Y = C \wedge C$ (Eingänge des Gatters kurzgeschlossen)

Übung 2: Schritt 1

Bestimmen Sie die vollständigen Wahrheitstabellen für die folgende Funktionsgleichung:

$$Y = (A \vee B) \wedge \neg A$$

A	B
0	0
0	1
1	0
1	1

Übung 2: Schritt 2

Bestimmen Sie die vollständigen Wahrheitstabellen für die folgende Funktionsgleichung:

$$Y = (A \vee B) \wedge \neg A$$

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Übung 2: Schritt 3

Bestimmen Sie die vollständigen Wahrheitstabellen für die folgende Funktionsgleichung:

$$Y = (A \vee B) \wedge \neg A$$

A	B	$A \vee B$	$\neg A$
0	0	0	1
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	1	0

Übung 2: Schritt 4

Bestimmen Sie die vollständigen Wahrheitstabellen für die folgende Funktionsgleichung:

$$Y = (A \vee B) \wedge \neg A$$

A	B	$A \vee B$	$\neg A$	Y
0	0	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	1	0	0
1	1	1	0	0

Übung 2

Bestimmen Sie die vollständigen Wahrheitstabellen für die folgende Funktionsgleichung:

$$Y = (A \wedge B) \wedge \neg (B \vee A)$$

A	B	$A \wedge B$	$B \vee A$	$\neg (B \vee A)$	$Y = (A \wedge B) \wedge \neg (B \vee A)$
0	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0
1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0

Übung 2

Bestimmen Sie die vollständigen Wahrheitstabellen für die folgende Funktionsgleichung:

$$Y = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

A	B	C	$A \wedge B$	$A \wedge C$	$Y = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1

Übung 2

Bestimmen Sie die vollständigen Wahrheitstabellen für die folgende Funktionsgleichung:

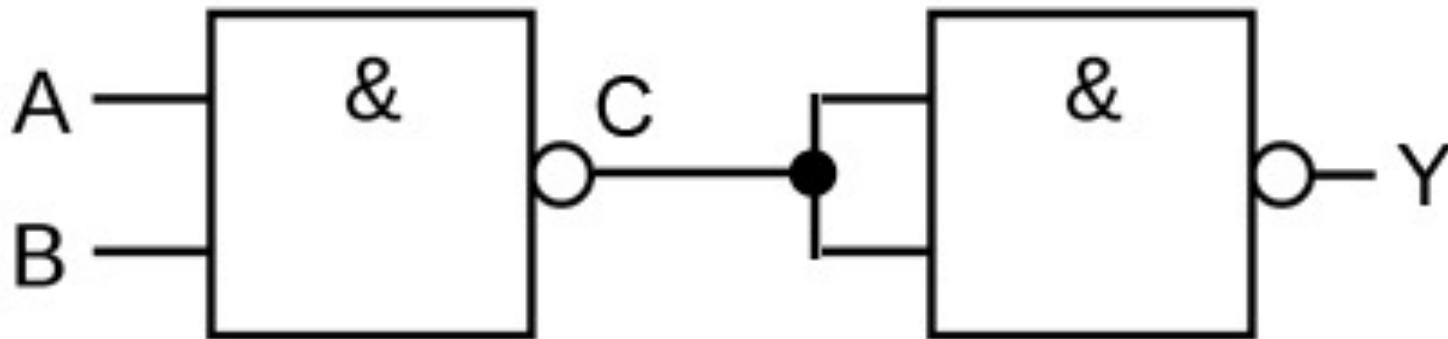
$$C = A \wedge B$$

$$Y = C \wedge C \text{ (Eingänge des Gatters kurzgeschlossen)}$$

A	B	$C = A \wedge B$	$Y = C \wedge C$
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	1	1

Übung 3

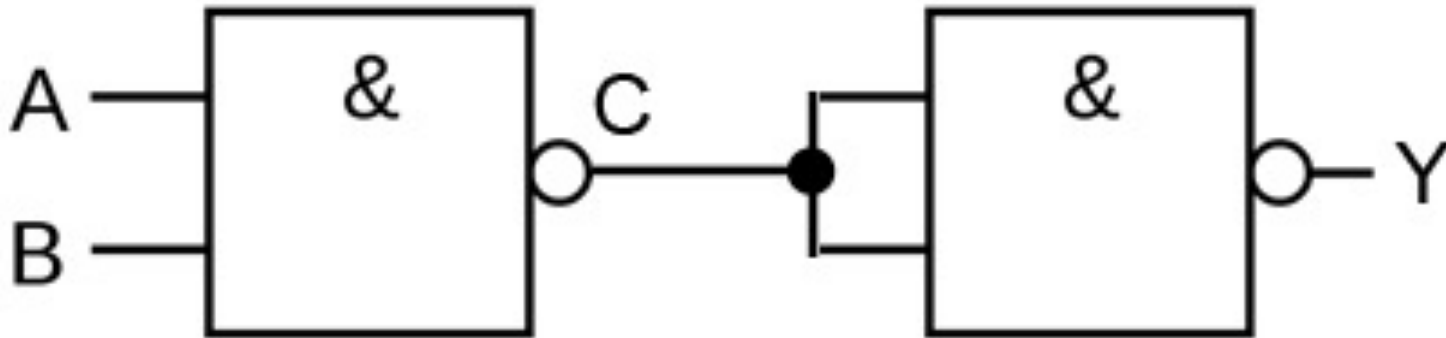
Bestimmen Sie die Wahrheitstabelle für die folgende Schaltung:



A	B	C	Y

Übung 3

Bestimmen Sie die Wahrheitstabelle für die folgende Schaltung:



A	B	C	Y
0	0	1	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Variable vs. Konstante

- Die Schaltalgebra kennt nur zwei **Konstante**: **0** oder **1**
- **Variable** der Schaltalgebra sind Größen, die die Werte oder Zustände **0** oder **1** annehmen können (z.B. Schalter geöffnet vs. Schalter geschlossen).

Schließer
Schalter offen



Variable **A = 0**

Öffner

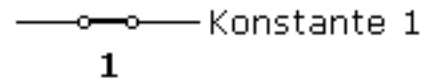


Schalter geschlossen

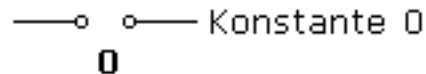


Variable **A = 1**

Stromkreis geschlossen



Stromkreis unterbrochen

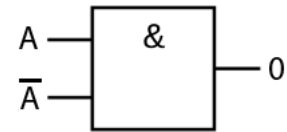
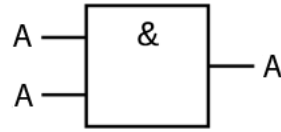
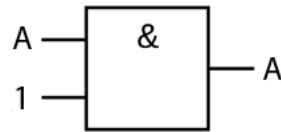
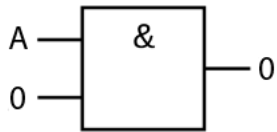


Postulate (et es wie et es™)

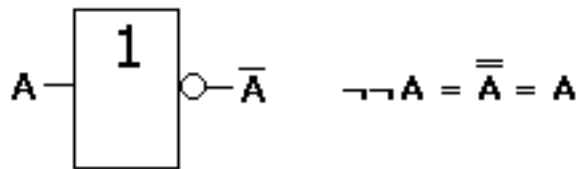
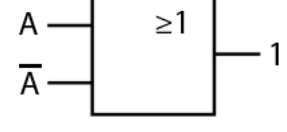
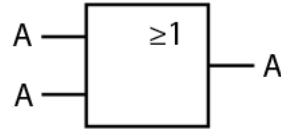
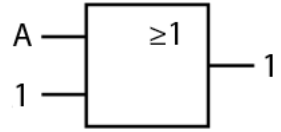
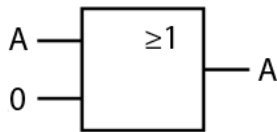
UND	ODER	NICHT
$0 \wedge 0 = 0$	$0 \vee 0 = 0$	$\neg 0 = 1$
$0 \wedge 1 = 0$	$0 \vee 1 = 1$	$\neg 1 = 0$
$1 \wedge 0 = 0$	$1 \vee 0 = 1$	
$1 \wedge 1 = 1$	$1 \vee 1 = 1$	

Theoreme

UND

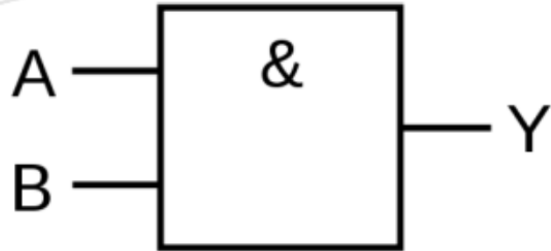


ODER



Konjunktion
(UND-Gatter)

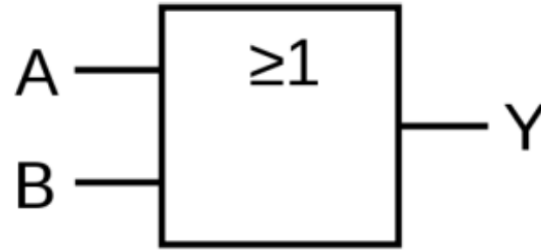
$$Y = A \wedge B$$



A	B	Y
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

Disjunktion
(ODER-Gatter)

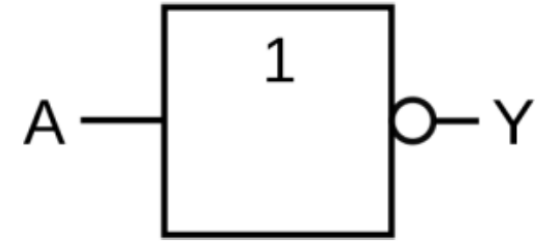
$$Y = A \vee B$$



A	B	Y
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

NICHT

$$Y = \neg A$$



A	Y
0	
1	

/